

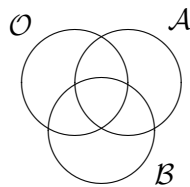
1. Aufgabenblatt: Analysis 2

Lehrkräfteweiterbildung, 14 Q, Winter 2025/26

Dozent: Hans-Joachim von Höhne

Aufgabe 1.1

- 1) Listen Sie alle Typen von reellen Intervallen auf; unterscheiden Sie dabei, ob die Grenzen reelle Zahlen oder $\pm\infty$ sind, und ob sie zum Intervall gehören oder nicht. (10 Stück)
- 2) Klären Sie für jedes in 1) gefundene Intervall, ob es offen ist, ob es abgeschlossen ist und ob es beschränkt ist.
- 3) Sei $\mathcal{O}$ die Menge der offenen Intervalle, $\mathcal{A}$ die Menge der abgeschlossenen Intervalle und $\mathcal{B}$ die Menge der beschränkten Intervalle. Zeichnen Sie ein Venn-Diagramm für $\mathcal{O}$, $\mathcal{A}$ und $\mathcal{B}$, und tragen Sie die in 1) gefundenen Elemente ein.



Aufgabe 1.2 Zeigen Sie:

- 1) $f : [0, \infty[\rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \sqrt{x}$, ist gleichmäßig stetig.
- 2) $g :]0, 1] \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = 1/x$, ist nicht gleichmäßig stetig.

Aufgabe 1.3

- 1) Wiederholen Sie die Begriffe Supremum und Infimum einer Teilmenge von $\mathbb{R}$.
- 2) Welche Rolle spielen die Begriffe in der axiomatischen Beschreibung von $\mathbb{R}$?
- 3) Sei $A \subset \mathbb{R}$ und $s \in \mathbb{R}$. Zeigen Sie: s ist genau dann das Supremum von A , wenn die beiden folgenden Bedingungen erfüllt sind:

$$\text{i) } s \text{ ist obere Schranke von } A, \quad \text{ii) } \forall t < s \exists a \in A : t < a$$

- 4) Zeigen Sie: Ist $A \subset \mathbb{R}$ beschränkt und $\emptyset \neq B \subset A$, so gilt:

$$\inf A \leq \inf B \quad \text{und} \quad \sup B \leq \sup A$$